

Penggunaan Metode *Fast Forward* dan *Shortcut To Adiabaticity* Pada Model Landau Zener untuk Mendapatkan Hamiltonian Tambahan

Lingga Agustina Dwi Sari ^{(1,a)*}, Iwan Setiawan ^(1,b) dan Bodi Gunawan ^(1,c)

⁽¹⁾Jurusan Pendidikan Fisika, Universitas Bengkulu, Bengkulu, Indonesia, 38122

Email : ^(a)agustina.dwisarilingga@gmail.com, ^(b)iwansetiawan@unib.ac.id, ^(c)bodigunawan@unib.ac.id

Diterima (25 Januari 2025), Direvisi (11 Februari 2025)

Abstract The Landau Zener model or commonly called LZ is a model with two states that are most widely used in improving the dynamics of quantum spin systems. This study uses a literature study method and quantitative where this literature study method collects data from previous research sources and related books, and uses a quantitative method using equations to find the method and to obtain graphs. The purpose of this study is to find out how to accelerate the Landau Zener system in accelerating adiabatic quantum dynamics by obtaining additional Hamiltonians using the shortcut to adiabaticity method to accelerate adiabatic quantum dynamics. To accelerate the process of quantum dynamics in a short time there are two ways, namely the shortcut to adiabaticity method and fast forward. The fast forward method can be used to move electrons without changing the original properties of the electrons. This method was first introduced by Masuda and Nakamura in 2010. The results obtained from this study are the additional Hamiltonian value and regularization term using the fast forward method obtained in equations (21) and (23) and the additional Hamiltonian value using the STA method obtained in equation (27). From the results of the study, it can be concluded that the fast forward method is simpler, using only 1 eigenvalue compared to using the more complex STA method using all eigenvalues.

Keywords: Landau Zener, Quantum Physics, Schrodinger's equation, fast forward, shortcut to adiabatic

Abstrak. Model Landau Zener atau yang biasanya disebut LZ adalah model dengan dua keadaan yang paling banyak digunakan dalam meningkatkan dinamika sistem spin kuantum. Pada Penelitian ini menggunakan metode studi literatur dan kuantitatif dimana metode studi literatur ini mengumpulkan data dari sumber penelitian sebelumnya maupun buku yang berkaitan, dan menggunakan metode kuantitatif menggunakan persamaan untuk mencari metode tersebut dan untuk mendapatkan grafik. Tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui bagaimana mempercepat sistem Landau Zener dalam mempercepat dinamika kuantum adiabatik dengan mendapatkan Hamiltonian tambahan menggunakan metode *shortcut to adiabaticity* untuk mempercepat dinamika kuantum adiabatik. Untuk mempercepat proses dinamika kuantum dalam waktu yang singkat terdapat dua cara yaitu metode *shortcut to adiabaticity* dan *fast forward*. Metode *fast forward* dapat dipergunakan untuk memindahkan elektron tanpa mengganti sifat asli dari elektron tersebut. Metode ini pertama kali diperkenalkan oleh Masuda dan Nakamura pada tahun 2010. Hasil yang di dapatkan dari penelitian ini yaitu untuk mencari nilai $\hat{H}$ (Hamiltonian) tambahan pada metode *fast forward* dibutuhkan hanya satu vector eigen sedangkan pada metode STA lebih kompleks dengan menjumlahkan nilai $\hat{H}$ dari semua nilai eigen untuk mendapatkan nilai Hamiltonian tambahan. Dari hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa metode fast forward lebih sederhana yang hanya menggunakan 1 nilai eigen di bandingkan menggunakan metode STA yang lebih kompleks dengan menggunakan semua nilai eigen.

Kata kunci: fisika kuantum, Landau Zener, *fast forward*, persamaan schrodinger, *shorcut to adiabaticity*

PENDAHULUAN

Dalam memproses suatu produk di bidang elektronik, otomotif bahkan tanaman, diperlukan waktu dalam mengoptimalkan dan memanipulasi pembuatan produk dalam waktu yang singkat [1]. Oleh sebab itu, sangat penting percepatan dinamika sistem kuantum tersebut [2]. Untuk mempercepat dinamika kuantum tersebut dan dapat menggunakan teorema adiabatik kuantum. Teorema adiabatik kuantum tersebut digunakan untuk mempertahankan keadaan awal dan akhir sistem [3], misalnya dengan mencari Hamiltonian yang bergantung dengan waktu, $H(t)$ [4].

Terdapat dua cara, untuk mempercepat dinamika kuantum, pertama yaitu proses adiabatik kuantum, Dimana dari proses ini terjadi ketika parameter berupa Hamiltonian yang diubah secara adiabatik. Laju dari perubahan parameter Hamiltonian ini sangatlah kecil, sehingga membutuhkan waktu yang lambat dalam mencapai hasil akhir dari proses tersebut [5]. Dalam Proses ini memanipulasi dinamika partikel kuantum adalah faktor yang sangat penting dalam, karena pada sistem ini tidak mengalami perubahan keadaan eigen pada saat sebelum dan sesudah sistem berlangsung [11]. Selanjutnya yaitu menggunakan teori *fast forward*, *fast forward* digunakan untuk menyusun atau menghasilkan sesuatu dengan mempercepat proyeksi film dilayar dengan skala waktu yang singkat [6]. Dalam metode *fast forward*, Fungsi gelombang dikeadaan dasar dan pada keadaan eksitasi pertama diubah dengan menambahkan suku tambahan yang disebut fase adiabatik. Hal tersebut dilakukan untuk memastikan bahwa persamaan Schrödinger yang bergantung waktu tetap terpenuhi. Proses ini digunakan untuk mempercepat metode tersebut yaitu menggunakan metode *fast forward*. Metode

fast forward digunakan terlebih dahulu untuk mendapatkan fase adiabatik [1].

Pada teori menggunakan metode *fast forward* mengutamakan untuk mengoptimalkan evolusi kuantum yang dijelaskan dan memperoleh tujuan yang diharapkan pada rentang waktu yang singkat, dengan mempercepat dinamika kuantum standar teori *fast forward* dapat dikembangkan lebih lanjut untuk mempercepat dinamika kuantum adiabatik dan dianggap sebagai salah satu metode yang menjanjikan dalam mempercepat proses kuantum adiabatik. Teorema adiabatik kuantum telah menyatakan jika sistem awalnya diteblmpatkan dalam eigen tetap, maka sistem akan tetap berada dalam eigen tetap sepanjang proses adiabatik. Walaupun Teori dinamika kuantum adiabatik yang cepat maju telah terbukti berguna untuk dinamika orbital; namun, penelitian tentang sistem spin kuantum masih berkonsentrasi pada tingkat dasar[7]. Spin merupakan sifat alami yang dimiliki partikel, seperti massa dan muatan [8]. Selain bergerak mengelilingi inti atom, sebuah elektron bergerak mengelilingi porosnya atau biasa disebut juga dengan spin.

Model Landau-Zener atau yang biasanya disebut LZ adalah pendekatan dua keadaan. Model LZ menggambarkan transisi keadaan kuantum antara dua tingkat eigen adiabatik ketika beberapa parameter yang mengontrol keadaan eigen sistem yang divariasikan secara linier terhadap waktu [16]. Oleh karena itu, untuk mempercepat dinamika kuantum tertentu dapat diperoleh dalam waktu singkat yang diinginkan [2]. Terdapat 2 metode untuk mempercepat elektron menggunakan model Landau Zener yakni metode *fast forward* dan *shortcut to adiabaticity* metode mempercepat dinamika kuantum adiabatik atau *Shortcut to Adiabaticity*. Metode *fast forward* dapat

dipergunakan untuk memindahkan elektron tanpa mengganti sifat asli dari elektron tersebut, dengan cara mempercepat proses menggunakan waktu yang lebih singkat dibandingkan pada umumnya, melalui penambahan regularisasi pada Hamiltonian awal dalam menciptakan skema maju cepat dalam lingkungan dinamis yang menyebabkan putaran tunggal. Dengan menambahkan medan magnet penggerak, dinamika spin berubah dari keadaan awal naik ($\uparrow$) ke keadaan turun ($\downarrow$) [6]. Spin sendiri merupakan momentum sudut intrinsik dari partikel, seperti elektron, proton, atau neutron [9].

Metode *Shortcut to Adiabatic* adalah proses cepat alternatif yang mereproduksi populasi akhir yang sama, atau bahkan kondisi akhir yang sama, seperti proses adiabatik dalam waktu yang terbatas dan lebih singkat [10]. Metode *fast forward* sendiri bertujuan sebagai percepatan evolusi kuantum dikenal dapat mempercepat dinamika kuantum standar untuk mencapai keadaan target dalam waktu yang lebih singkat [2]. Dalam penelitian ini akan dibahas mengenai metode *Shortcut to Adiabaticity* dan *fast forward* menggunakan model Landau Zener pada sistem spin yaitu model Landau Zener [2]. Oleh karena itu dibahasnya metode tersebut untuk mempercepat dinamika kuantum adiabatik

Dalam mempercepat proses dinamika kuantum menggunakan kedua metode tersebut, hal pertama yang perlu dipertimbangkan adalah proses ini yaitu Hamiltonian yang berevolusi secara perlahan. Pada Teorema adiabatik menyatakan, bahwa “suatu sistem fisika akan tetap berada dalam keadaan eigen sesaat jika gangguan tertentu bekerja padanya dengan cukup lambat dan jika ada kesenjangan antara nilai eigen dan spektrum Hamiltonian lainnya” [11]. Dari penelitian sebelumnya, dalam kuantum proses adiabatik sering digunakan untuk mendorong atau mempersiapkan keadaan

akhir dengan cara yang efektif dan dapat dikendalikan [12], proses adiabatik adalah perubahan lambat dari parameter keadaan Hamiltonian, proses adiabatik juga terjadi ketika parameter didalam sistem Hamiltonian yang diubah secara adiabatik [9]. Dimana adiabatik sendiri adalah kondisi dimana sistem yang bergerak secara perlahan-lahan dan kontinu sehingga sistem tersebut berada pada keadaan yang pasti (eigenstate).

METODE PENELITIAN

Pada penelitian ini yang dipakai adalah metode penelitian kuantitatif yaitu studi literatur. Studi literatur merupakan salah satu metode dalam melakukan penelitian. [13].

Metode Penelitian kuantitatif adalah metode dengan mengumpulkan data dengan melakukan analisis dan perhitungan secara matematis. Mengumpulkan data juga bisa menggunakan Teknik statistik dan komputasi [14].

Pada penelitian ini menggunakan pendekatan penelitian teoritis dengan menggunakan perhitungan analitik dengan menggunakan metode *fast forward* dan STA, untuk mendapatkan suku regularisasi tambahan. Suku regularisasi menggunakan rumusan berikut [13] :

$$\mathcal{H} \begin{pmatrix} C_1(R) \\ \vdots \\ C_N(R) \end{pmatrix} = i\hbar \begin{pmatrix} \frac{\partial C_1(R)}{\partial R} \\ \vdots \\ \frac{\partial C_N(R)}{\partial R} \end{pmatrix} - i\hbar (\Sigma_j^N = 1) C_j^* \frac{\partial C_1}{\partial R} \begin{pmatrix} C_1(R) \\ \vdots \\ C_N(R) \end{pmatrix} \quad (1)$$

Suku regularisasi tambahan ini biasa disimbolkan dengan ($\mathcal{H}$). Suku regularisasi tersebut dapat dicari dengan lanPerhitungan sebagai berikut:

- a. Perhitungan dengan Metode Fast Forward Menentukan fungsi gelombang awal dengan menggunakan persamaan (1). Menganalisis Hamiltonian awal dan menentukan nilai eigen serta vektor eigen. Menggunakan metode fast forward untuk mendapatkan nilai Hamiltonian tambahan dengan hanya menggunakan satu nilai eigen.
- b. Perhitungan dengan Metode Shortcut to Adiabaticity (STA). Berbeda dengan menggunakan metode *fast forward*, untuk

mendapatkan nilai Hamiltonian tambahan menggunakan metode STA menggunakan semua nilai eigen.

c.membandingkan hasil akhir suku regularisasi dengan menggunakan simulasi komputer.

Selanjutnya menggunakan Software yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial atau eigenvalue. Untuk memverifikasi perhitungan manual. Untuk membuat visualisasi grafik hasil. Validasi Hasil Perhitungan Jelaskan bagaimana hasil perhitungan diverifikasi. Hasil penelitian yang didapatkan dengan uji numerik untuk mendapatkan nilai Hamiltonian tambahan dengan menggunakan metode *fast forward* ;ada persamaan (20) dan STA menggunakan semua nilai eigen yang tertulis pada pada persamaan (20) dan (23) didapatkan hasilnya pada persamaan (26)

HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam model Landau Zener perputaran spin yang ditinjau adalah spin tunggal dengan medan magnet (B) yang dituliskan sebagai:

$$\bar{B} = \begin{pmatrix} \Delta \\ 0 \\ R \end{pmatrix} \quad (2)$$

Dengan nilai

$$\theta(t) = R(t) = \epsilon t \quad (3)$$

Untuk Hamiltonian (H_0) awal, nilai eigen dan vektor eigen dalam model Landau Zener terdapat medan magnet ($\bar{B}$) yang dapat dituliskan pada persamaan (2) dan untuk mencari Hamiltonian sistem dapat menggunakan persamaan berikut:

$$H(R(t)) = \frac{1}{2} \bar{\sigma} \cdot \bar{B} \quad (4)$$

Dengan $\bar{\sigma}$ adalah matriks Pauli, matriks (2x2) dengan merepresentasikan komponen spin pada sumbu x, y, dan z [17]. Berikut

adalah definisi dari ketiga matriks Pauli tersebut dapat di tuliskan:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Dengan memasukkan nilai $\bar{\sigma}$ dan $\bar{B}$ ke persamaan (3), maka didapatkan Hamiltonian awal sistem yaitu

$$H(R(t)) = \begin{pmatrix} \frac{R}{2} & \frac{\Delta}{2} \\ \frac{\Delta}{2} & -\frac{R}{2} \end{pmatrix} \quad (6)$$

Dengan diperolehnya nilai Hamiltonian awal dari keadaan eigen sistem, langkah selanjutnya adalah menganalisis salah satu keadaan eigen. Pada tahap ini, perlu dilakukan pencarian terhadap suku regularisasi Hamiltonian serta Hamiltonian penggerak yang menghubungkan parameter pengali waktu α yang menuju tak hingga dan parameter adiabatik ϵ yang menuju nol, dengan menggunakan konsep yang dapat dituliskan sebagai $\alpha \cdot \epsilon = \text{berhingga}$ [18].

Selanjutnya untuk mencari nilai eigen dapat menggunakan persamaan yang dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\det(\lambda I - H) = 0, \quad (5)$$

Dari persamaan (5) didapatkan nilai eigen adalah

$$\lambda_{\pm} = \pm \frac{\sqrt{R^2 + \Delta^2}}{2} \quad (7)$$

dengan vektor eigennya adalah :

$$\Psi_0^{\pm} = \begin{pmatrix} C_1^{\pm} \\ C_2^{\pm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\Delta}{L} \\ \frac{\pm \sqrt{R^2 + \Delta^2} + R}{L} \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$L_{\pm} = \sqrt{2\Delta^2 + 2R^2 + 2R\sqrt{R^2 + \Delta^2}}$$

Pada metode fast forward untuk dinamika kuantum adiabatik dapat meninjau

secara singkat dan mengasumsikan solusi dari suatu persamaan Schrodinger bergantung waktu [16]. Didefinisikan dengan:

$$\Psi_0(R(t)) = \begin{pmatrix} C_1(R) \\ \vdots \\ C_N(R) \end{pmatrix} e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t E(R(t')) dt'} e^{i\xi(t)} \quad (9)$$

$R(t) = R_0 + \epsilon t$ adalah parameter adiabatik dengan $\epsilon \ll 1$ dan ξ merupakan fase adiabatik. Pada penelitian ini dengan metode fast forward kita memilih keadaan eigen positif, dengan mempertimbangkan dinamika adiabatik. Dengan $\xi = 0$. Fungsi gelombang yang berevolusi secara adiabatik adalah:

$$\Psi(R(t)) = \begin{pmatrix} C_1(R) \\ C_2(R) \end{pmatrix} e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t E(R(t')) dt'} e^{i\xi(t)} \quad (10)$$

Pada penelitian ini kita memilih keadaan eigen positif, dengan mempertimbangkan dinamika adiabatik. Dengan nilai $\xi = 0$. Fungsi gelombang yang berevolusi secara adiabatik adalah:

$$\Psi_0(t) = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{R^2 + \Delta^2} + R}{L} \\ \frac{\Delta}{L} \end{pmatrix} e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t E_0 \frac{\sqrt{R^2 + \Delta^2}}{2} dt'} \quad (11)$$

Untuk mempertahankan keadaan adiabatik fungsi gelombang pada persamaan (14) digunakan konsep regularisasi [2] yang dapat dituliskan sebagai:

$$\tilde{\mathcal{H}} \begin{pmatrix} C_1(R) \\ C_2(R) \end{pmatrix} = i\hbar \frac{\partial}{\partial R} \begin{pmatrix} C_1(R) \\ C_2(R) \end{pmatrix} - i\hbar \left(C_1^* \frac{\partial C_1}{\partial R} + C_2^* \frac{\partial C_2}{\partial R} \right) \begin{pmatrix} C_1(R) \\ C_2(R) \end{pmatrix} \quad (12)$$

disebut dengan suku regularisasi yang dapat menjamin sistem bergerak secara adiabatik [7]. $\tilde{\mathcal{H}}$ juga adalah sebuah matriks (2x2) yang memiliki komponen yaitu:

$$\begin{pmatrix} \tilde{\mathcal{H}}_{11} & \tilde{\mathcal{H}}_{12} \\ \tilde{\mathcal{H}}_{21} & -\tilde{\mathcal{H}}_{22} \end{pmatrix} \quad (13)$$

Karena $\tilde{\mathcal{H}}$ adalah Hermitian [17]. Maka

$$\tilde{\mathcal{H}}_{11} = -\tilde{\mathcal{H}}_{22} \text{ dan } \tilde{\mathcal{H}}_{12} = \tilde{\mathcal{H}}_{21}^*$$

Serta dengan memisalkan

$$j = \frac{\partial C_1}{\partial R}$$

$$k = \frac{\partial C_2}{\partial R}$$

jadi dapat disubstitusikan ke persamaan 15

$$\begin{pmatrix} \tilde{\mathcal{H}}_{11} & \tilde{\mathcal{H}}_{12} \\ \tilde{\mathcal{H}}_{12}^* & -\tilde{\mathcal{H}}_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1(R) \\ C_2(R) \end{pmatrix} = i\hbar \begin{pmatrix} j \\ k \end{pmatrix} \quad (18)$$

Maka di dapatkan $\tilde{\mathcal{H}}_{11}$ dan $\tilde{\mathcal{H}}_{12}$ adalah

$$\begin{pmatrix} \tilde{\mathcal{H}}_{11} \\ \tilde{\mathcal{H}}_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i\hbar J \left(\frac{\sqrt{R^2 + \Delta^2} + R}{2R^2 + 2\Delta^2 + 2R\sqrt{R^2 + \Delta^2}} \right) \\ i\hbar J \left(\frac{\Delta}{2R^2 + 2\Delta^2 + 2R\sqrt{R^2 + \Delta^2}} \right) \end{pmatrix} - i\hbar K \begin{pmatrix} \frac{\Delta}{2R^2 + 2\Delta^2 + 2R\sqrt{R^2 + \Delta^2}} \\ \frac{\sqrt{R^2 + \Delta^2} + R}{2R^2 + 2\Delta^2 + 2R\sqrt{R^2 + \Delta^2}} \end{pmatrix} \quad (14)$$

Dengan

$$N = \sqrt{R^2 + \Delta^2} + R$$

$$M = \Delta$$

$$K = 2R^2 + 2\Delta^2 + 2R\sqrt{R^2 + \Delta^2}$$

Dapat dituliskan

$$\begin{pmatrix} \tilde{\mathcal{H}}_{11} \\ \tilde{\mathcal{H}}_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i\hbar J \left(\frac{N}{K} \right) - i\hbar K \left(\frac{M}{K} \right) \\ i\hbar J \left(\frac{M}{K} \right) - i\hbar K \left(\frac{N}{K} \right) \end{pmatrix} \quad (16)$$

Selanjutnya untuk mendapatkan nilai Hamiltonian tambahan (H) digunakan

persamaan yang melibatkan konsep *fast forward* [2]. Didefinisikan kembali menjadi $R(t) = R_0 + \varepsilon t$ [18]. Dengan $\lambda(t) = \int_0^t \alpha t' dt'$ [19]] . Sehingga

$$\begin{aligned} (\lambda(t) = R_0 + \lim_{\varepsilon \rightarrow 0, \alpha \rightarrow 8} \varepsilon \Lambda(t)) \\ = R_0 + \int_0^t v t' dt' \end{aligned}$$

$$= R_0 + v \left[t - \frac{T_{FF}}{2\pi} \sin \left(\frac{T_{FF}}{2\pi} t \right) \right] \quad (19)$$

Dengan menggunakan parameter waktu adiabatik ε yang sangat kecil dan menuju nol dan faktor pengali waktu α yang menuju tak hingga sehingga $\varepsilon \cdot \alpha$ =memiliki nilai berhingga yang dituliskan sebagai v . Dimana v merupakan faktor kecepatan, sehingga

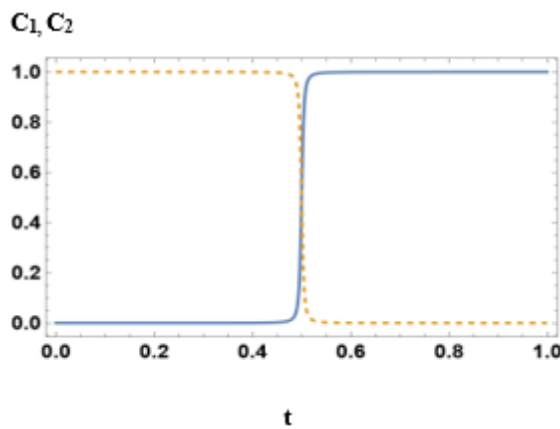
$$\mathcal{H} = V(t) \tilde{\mathcal{H}} = \begin{pmatrix} v(t) \left(i\hbar a \left(\frac{N}{K} \right) - i\hbar K \left(\frac{M}{K} \right) \right) & v(t) \left(i\hbar J \left(\frac{N}{K} \right) + i\hbar K \left(\frac{M}{K} \right) \right) \\ v(t) \left(-i\hbar J \left(\frac{M}{K} \right) - i\hbar K \left(\frac{N}{K} \right) \right) & -v(t) \left(i\hbar J \left(\frac{M}{K} \right) - i\hbar K \left(\frac{N}{K} \right) \right) \end{pmatrix} \quad (17)$$

Kemudian setelah mendapatkan suku regularisasi dan Hamiltonian tambahan maka Hamiltonian dipercepat dapat dituliskan sebagai:

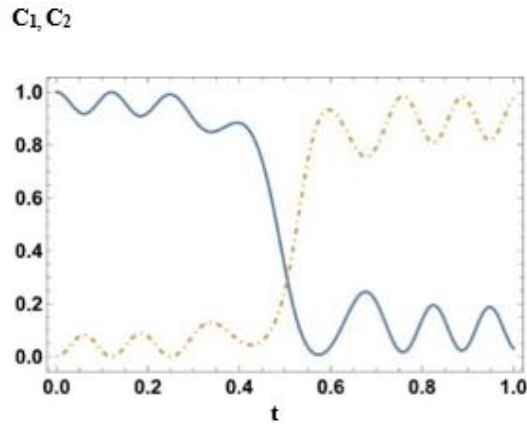
$$\mathcal{H}_{FF}^+ = V(t) \tilde{\mathcal{H}} + (R(\lambda(t))) = \begin{pmatrix} v(t) \left(i\hbar a \left(\frac{N}{K} \right) - i\hbar K \left(\frac{M}{K} \right) \right) + \frac{R}{2} & v(t) \left(i\hbar J \left(\frac{N}{K} \right) + i\hbar K \left(\frac{M}{K} \right) \right) + \frac{A}{2} \\ v(t) \left(-i\hbar J \left(\frac{M}{K} \right) - i\hbar K \left(\frac{N}{K} \right) \right) + \frac{A}{2} & -v(t) \left(i\hbar J \left(\frac{M}{K} \right) - i\hbar K \left(\frac{N}{K} \right) \right) - \frac{R}{2} \end{pmatrix} \quad (20)$$

Selanjutnya dengan memilih parameter kecepatan adalah $v=100$, waktu untuk keadaan akhir atau T akhir adalah $T=1$, medan magnet adalah $\Delta=1$,dan $\sigma = -50$ sudut adalah $\varphi =$, dan $R = 2v \left(\frac{t}{2} - \frac{(T \sin \left[\frac{2\pi t}{T} \right])}{4\pi} \right) + \sigma$,gambar 2 denngan $v = 100$,, waktu untuk keadaan akhir atau T akhir

adalah $T=1$, medan magnet adalah $\Delta=10$,dan $\sigma = -50$ sudut adalah $\varphi =$, dan $R = 2v \left(\frac{t}{2} - \frac{(T \sin \left[\frac{2\pi t}{T} \right])}{4\pi} \right) + \sigma$ dan $|C_1|^2$ dan $|C_2|^2$ yang berevolusi secara adiabatic dapat digambarkan sebagai:



Gambar 1 Dinamika sistem pada keadaan awal, Garis berwarna biru menggambarkan $|C_1|^2$ dan garis putus-putus berwarna kuning menggambarkan keadaan $|C_2|^2$



Gambar 2 Dinamika sistem pada keadaan akhir, Garis berwarna biru menggambarkan $|C_1|^2$ dan garis putus-putus berwarna kuning menggambarkan keadaan $|C_2|^2$

Dari kedua gambar adalah mendeskripsi grafik fungsi gelombang terhadap waktu. Gambar 1 yang didapat dari persamaan schrodinger menggunakan nilai eigen dan gambar 2 didapat menggunakan nilai Hamiltonian tambahan. Dapat dilihat pada gambar 1 bergerak dari keadaan awal *up* dari titik 0 dan titik terakhirnya *down* di titik 1, dan pada gambar 2 dimulai dari keadaan awal *up* dari titik 0 dan berakhir keadaan *down* di titik 0,98.

Langkah selanjutnya untuk metode *shortcut to adiabaticity* kita akan menggunakan kedua keadaan eigen yang telah didapat. Karena keadaan eigen positif telah ditinjau pada metode *fast forward*[20]

maka langkah selanjutnya adalah meninjau keadaan eigen negatif, dengan mempertimbangkan dinamika adiabatik. Fungsi gelombang yang berevolusi secara adiabatik adalah:

$$\Psi_0(t) = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{R^2 + \Delta^2} + R}{L} \\ \frac{\Delta}{L} \end{pmatrix} e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t E_0 - \frac{\sqrt{R^2 + \Delta^2}}{2} dt'} \quad (21)$$

Dengan meninjau kembali ke persamaan 11 maka didapatkan nilai Hamiltonian tambahan dari metode *fast forward* negatif sebagai:

$$\begin{pmatrix} \tilde{\mathcal{H}}_{11} \\ \tilde{\mathcal{H}}_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i\hbar J \left(\frac{\sqrt{R^2 + \Delta^2} + R}{2R^2 + 2\Delta^2 + 2R\sqrt{R^2 + \Delta^2}} \right) & -i\hbar K \left(\frac{\Delta}{2R^2 + 2\Delta^2 + 2R\sqrt{R^2 + \Delta^2}} \right) \\ i\hbar J \left(\frac{\Delta}{2R^2 + 2\Delta^2 + 2R\sqrt{R^2 + \Delta^2}} \right) & -i\hbar K \left(\frac{\sqrt{R^2 + \Delta^2} + R}{2R^2 + 2\Delta^2 + 2R\sqrt{R^2 + \Delta^2}} \right) \end{pmatrix} \quad (22)$$

$$\mathcal{H}_{ff}^- = V(t) \tilde{\mathcal{H}} + (R(\lambda(t))) = \begin{pmatrix} v(t) \left(-i\hbar J \left(\frac{N}{K} \right) - i\hbar K \left(\frac{M}{K} \right) \right) + \frac{R}{2} & -v(t) \left(i\hbar J \left(\frac{N}{K} \right) + i\hbar K \left(\frac{M}{K} \right) \right) + \frac{\Delta}{2} \\ v(t) \left(-i\hbar J \left(\frac{M}{K} \right) - i\hbar K \left(\frac{N}{K} \right) \right) + \frac{\Delta}{2} & -v(t) \left(i\hbar J \left(\frac{M}{K} \right) - i\hbar K \left(\frac{N}{K} \right) \right) - \frac{R}{2} \end{pmatrix} \quad (23)$$

Kemudian untuk metode STA kita menjumlahkan jumlahkan $\tilde{\mathcal{H}}_-$ dan $\tilde{\mathcal{H}}_+$ sehingga didapatkan suku regularisasi dengan cara sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\tilde{\mathcal{H}}_- + \tilde{\mathcal{H}}_+ &= \begin{pmatrix} (-i\hbar a(\frac{N}{K}) - i\hbar K(\frac{M}{K})) & (i\hbar J(\frac{N}{K}) + i\hbar K(\frac{M}{K})) \\ (-i\hbar J(\frac{M}{K}) - i\hbar K(\frac{N}{K})) & -(i\hbar J(\frac{M}{K}) - i\hbar K(\frac{N}{K})) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (i\hbar a(\frac{N}{K}) - i\hbar K(\frac{M}{K})) & (i\hbar J(\frac{N}{K}) + i\hbar K(\frac{M}{K})) \\ (-i\hbar J(\frac{M}{K}) - i\hbar K(\frac{N}{K})) & -(i\hbar J(\frac{M}{K}) - i\hbar K(\frac{N}{K})) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} V(t)((-i\hbar a(\frac{N}{K}) - i\hbar K(\frac{M}{K})) + (i\hbar a(\frac{N}{K}) - i\hbar K(\frac{M}{K}))) & V(t)((i\hbar J(\frac{N}{K}) + i\hbar K(\frac{M}{K})) + (i\hbar J(\frac{N}{K}) + i\hbar K(\frac{M}{K}))) \\ V(t)((-i\hbar J(\frac{M}{K}) - i\hbar K(\frac{N}{K})) + (-i\hbar J(\frac{M}{K}) - i\hbar K(\frac{N}{K}))) & V(t)((-i\hbar J(\frac{M}{K}) - i\hbar K(\frac{N}{K})) + (-i\hbar J(\frac{M}{K}) - i\hbar K(\frac{N}{K}))) \end{pmatrix} \quad (24)\end{aligned}$$

Setelah mendapatkan hamiltonian Hamiltonian dipercepat untuk metode tambahannya, selanjutnya kita dapatkan shortcuts to adiabaticity sebagai:

$$= \begin{pmatrix} V(t)((-i\hbar a(\frac{N}{K}) - i\hbar K(\frac{M}{K})) + (i\hbar a(\frac{N}{K}) - i\hbar K(\frac{M}{K}))) + \frac{R}{2} & V(t)((i\hbar J(\frac{N}{K}) + i\hbar K(\frac{M}{K})) + (i\hbar J(\frac{N}{K}) + i\hbar K(\frac{M}{K}))) + \frac{4}{2} \\ V(t)((-i\hbar J(\frac{M}{K}) - i\hbar K(\frac{N}{K})) + (-i\hbar J(\frac{M}{K}) - i\hbar K(\frac{N}{K}))) + \frac{4}{2} & V(t)((-i\hbar J(\frac{M}{K}) - i\hbar K(\frac{N}{K})) + (-i\hbar J(\frac{M}{K}) - i\hbar K(\frac{N}{K}))) - \frac{R}{2} \end{pmatrix} \quad (25)$$

$$A = ((-i\hbar a(\frac{N}{K}) - i\hbar K(\frac{M}{K})) + (i\hbar a(\frac{N}{K}) - i\hbar K(\frac{M}{K})))$$

$$B = ((-i\hbar J(\frac{M}{K}) - i\hbar K(\frac{N}{K})) + (-i\hbar J(\frac{M}{K}) - i\hbar K(\frac{N}{K})))$$

Jadi

$$\tilde{\mathcal{H}}_{STA} = \begin{pmatrix} -V(t)A + \frac{R}{2} & V(t)A + \frac{4}{2} \\ V(t)B + \frac{4}{2} & V(t)B - \frac{R}{2} \end{pmatrix} \quad (26)$$

Suku regularisasi yang diperoleh bisa menjamin sistem tetap berada pada keadaan adiabatik,hal ini dapat dijelaskan karena suku regularisasi yang diperoleh dari modifikasi persamaan scrodinger.

KESIMPULAN

Telah dilakukan penelitian dengan metode *fast forward* dan *shorcut to adiabaticity*, dan diaplikasikan dengan model Landau Zener untuk mempercepat dinamika kuantum adiabatik. Melalui metode *fast forward* dengan mengambil nilai eigen positif didapatkan Hamiltonian tambahan pada persamaan (20). Pada metode STA Hamiltonian tambahan didapatkan dengan menggunakan nilai eigen positif dan nilai eigen negative dan dapat di tuliskan pada persamaa didapatkan nilai Hamiltonian tambahan pada persamaan (23). Jadi Hamiltonian tambahan dengan metode STA

yaitu pada persamaan (26), Hal ini menunjukkan pada metode *fast forward* untuk mencari nilai $\tilde{\mathcal{H}}$ (Hamiltonian) tambahan dibutuhkan hanya satu vector eigen sedangkan pada metode STA lebih kompleks dengan menjumlahkan nilai $\tilde{\mathcal{H}}$ dari semua nilai eigen untuk mendapatkan nilai Hamiltonian tambahan.

Kedua metode ini merupakan dua metode berbeda dengan tujuan yang sama yaitu mempercepat dinamika pada sistem kuantum adiabatik,kedua metode ini diusulkan oleh dua peneliti yang berbedametode fast forward di usulkan oleh prof. Katsuhiro Nakamura dkk [6]. Perhitungan pada metode fast forward lebih sederhana karna hanya menggunakan salah satu vektor eigen,seandainya metode STA harus menggunakan semua vektor eigen sedangkan metode STA di usulkan oleh prof Gonzalo Muga dkk [10].

UCAPAN TERIMAKASIH

Penulis ucapkan terimakasih kepada Program Studi Pendidikan Fisika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan (FKIP) Universitas Bengkulu yang telah memberikan izin kepada penulis untuk mengikuti kegiatan MBKM (Merdeka Belajar Kampus Merdeka)

DAFTAR PUSTAKA

- [1] M. Hutagalung, I. Setiawan, and D. Hamdani, "Kajian Literatur Fase Adiabatik untuk mempercepat Dinamika Kuantum Adiabatik pada Osilator Harmonik," *Indones. J. Appl. Phys.*, vol. 13, no. 1, p. 106, 2023, doi: 10.13057/ijap.v12i2.65252.
- [2] I. Setiawan, "Dinamika Spin Kuantum Adiabatik Dipercepat Pada Model Landau-Zener Dan Model Ising," *J. Kumparan Fis.*, vol. 2, no. 1, pp. 57–64, 2019, doi: 10.33369/jkf.2.1.57-64.
- [3] G. Panati, H. Spohn, and S. Teufel, "Effective dynamics for Bloch electrons : Peierls substitution and beyond," pp. 1–38, 2003.
- [4] N. Ainayah, I. Setiawan, and D. Hamdani, "Methods To Accelerate Equilibrium in Overdamped Brownian Motion," *J. Pendidik. Fis. dan Keilmuan*, vol. 8, no. 2, pp. 212–225, 2022.
- [5] S. Masuda and K. Nakamura, "Fast-forward of adiabatic dynamics in quantum mechanics," *Proc. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci.*, vol. 466, no. 2116, pp. 1135–1154, 2010, doi: 10.1098/rspa.2009.0446.
- [6] A. Benggadinda and I. Setiawan, "METODA FAST FORWARD UNTUK MEMPERCEPAT DINAMIKA KUANTUM ADIABATIK PADA SPIN TUNGGAL," vol. 10, no. 2, 2021.
- [7] C. and Muga, "harmonic oscillator," vol. 37, pp. 1–7, 2010.
- [8] S. Tarlaci, "Spin-mediated Consciousness Theory," *NeuroQuantology*, vol. 4, no. 1, 2007, doi: 10.14704/nq.2006.4.1.88.
- [9] D. J. Griffiths, "Introduction to Quantum Mechanics 2nd edition David J. Griffiths.pdf," 2005.
- [10] J. G. Muga, X. Chen, I. Lizuain, A. Ruschhaupt, and D. Gue, "Shortcut to Adiabatic Passage in Two- and Three-Level Atoms," vol. 123003, no. September, pp. 1–4, 2010, doi: 10.1103/PhysRevLett.105.123003.
- [11] M. P. i M'endez, "The adiabatic theorem and the Landau-Zener model," no. 9, 2018.
- [12] N. Elisa, I. Setiawan, and D. Hamdani, "ENERGI PENGGERAK UNTUK MEMPERCEPAT KESETIMBANGAN GERAK BROWN TEREDAM SEBAGIAN (UNDERDAMPED)," vol. 10, no. 2023, pp. 21–33.
- [13] J. K. Fisika and I. Setiawan, "DINAMIKA SPIN KUANTUM ADIABATIK DIPERCEPAT PADA MODEL LANDAU-ZENER DAN MODEL ISING," vol. 2, no. 1, pp. 57–64, 2019.
- [14] E. M. Chudnovsky and D. A. Garanin, "Landau-Zener dynamics of a nanoresonator containing a tunneling spin," 2018.
- [15] R. (Pengarang), M. I. S. (Pengarang), A. T. (Pengarang), S. (Pengarang), and D. A. (Penyunting), *No Title*. Sleman : Deepublish, 2021, 2021.
- [16] S. P. D. K. A. S. H. M. A. Ciq. M. J. M. P. Ph.D. Ummul Aiman, M. P. Z. F. Suryadin Hasda, M. P. I. N. T. S.

- K. M.Kes. Masita, and M. P. M. K.
N. A. M.Pd. Meilida Eka Sari,
Metodologi Penelitian Kuantitatif.
2022.
- [17] Hilbert, “Few-dimensional Hilbert Space . Two-level Systems,” no. 2, pp. 1–9, [Online]. Available: https://people.umass.edu/~bvs/614_TLS.pdf
- [18] R. R. Gukguk, I. Setiawan, and A. Purwanto, “Universitas Papua Metode Fast Forward pada Single Spin dengan Frekuensi Rabi Metode Fast Forward pada Spin Tunggal dengan Frekuensi Rabi,” vol. 7, no. 2, pp. 322–331, 2024.
- [19] R. R. Gukguk, I. Setiawan, and A. Purwanto, “Fast Forward Method on Single Spin with Rabi Frequency Rinarti,” *Kasuari Phys. Educ. J.*, vol. 7, no. 2, pp. 322–331, 2024.
- [20] M. V Berry, “Transitionless quantum driving,” vol. 42, pp. 1–9, 2009, doi: 10.1088/1751-8113/42/36/365303.