

Analisis Kuantum pada Rangkaian LC dengan Pendekatan Fungsi Gelombang Radial Persamaan Schrödinger Potensial Osilator Harmonik

Cecilia Yanuarief^{(1,a)*} dan Muhammad Nurul Huda^(1,b)

⁽¹⁾Program Studi Fisika, UIN Sunan Kalijaga, Sleman, Indonesia, 55281

Email : ^(a*)cecilia.yanuarief@uin-suka.ac.id

Diterima (28 November 2023), Direvisi (29 Januari 2024)

Abstract. Theoretical analysis has been carried out on LC circuits by buying and the constituent inductors have very small dimensions and the capacitance and inductance values of the circuit are on the order of 10-18 units. This theoretical analysis is carried out on the basic hypothesis that not only is the electromagnetic energy stored in an LC circuit quantized in the form of photons, but an LC circuit composed of pictures and atomic-sized inductors will also develop into a set of probabilistic phenomena represented by the wave function in liberation mechanics. The LC circuit shows the phenomenon of oscillation of electric current and charge, so the LC circuit is analogous to a harmonic oscillator. The selection of a three-dimensional central potential as a realistic harmonic oscillator potential necessitates the sale of Schrödinger potential harmonic oscillators expressed using a spherical coordinate system and subjected to separation of shape variables to obtain second order differential equations of the radial and angular sections with the respective solutions being the radial wave function and the angular function wave. The harmonic oscillator energy equation has a similar form to the electromagnetic energy equation of the LC circuit, so that a number of observable variables and operators from the harmonic oscillator energy equation can be analogous to a number of observable variables and operators from the electromagnetic energy equation of the LC circuit. This analogy is used when substituting a variable in the Schrödinger radial wave function of the potential harmonic oscillator into a LC circuit wave function. The visualization results of the LC circuit wavefunctions for the six lowest energy levels illustrate the distribution of probability proximity and the greatest probability of inductance occurring under certain charge conditions, which varies with the variation in the energy level and the greatest complexity of the occurrence of orbital charges.

Keywords: LC Circuits, Harmonic Oscillator, Schrödinger Equation.

Abstrak. Telah dilakukan analisis teoritik pada rangkaian LC dengan kapasitor dan induktor penyusunnya memiliki dimensi yang sangat kecil serta nilai kapasitansi dan induktansi rangkaian dalam orde 10^{-18} satuan. Analisis secara teoritik ini dilakukan atas dasar hipotesis bahwa tidak hanya energi elektromagnetik yang tersimpan dalam rangkaian LC terkuantisasi dalam bentuk *foton*, namun rangkaian LC yang disusun dari kapasitor dan induktor berukuran atomik juga akan menampilkan sekumpulan fenomena probabilistik yang direpresentasi oleh fungsi gelombang dalam mekanika kuantum. Rangkaian LC memperlihatkan fenomena osilasi arus listrik rangkaian dan muatan kapasitor, sehingga rangkaian LC dianalogikan sebagai osilator harmonik kuantum. Pemilihan potensial sentral tiga dimensi sebagai potensial osilator harmonik yang realistis meniscayakan persamaan Schrödinger potensial osilator harmonik dinyatakan menggunakan sistem koordinat bola dan mengalami separasi variabel sedemikian rupa sehingga diperoleh persamaan differensial orde dua bagian radial dan bagian angular dengan solusi masing-masing adalah fungsi gelombang radial dan fungsi gelombang angular. Persamaan energi osilator harmonik memiliki bentuk serupa dengan persamaan energi elektromagnetik rangkaian LC, sehingga sejumlah variabel dan *observable operator* dari persamaan energi osilator harmonik dapat dianalogikan dengan sejumlah variabel dan *observable operator* dari persamaan energi elektromagnetik rangkaian LC. Analogi tersebut digunakan ketika melakukan substitusi variabel pada fungsi gelombang radial persamaan Schrödinger potensial osilator harmonik menjadi fungsi gelombang rangkaian

LC. Hasil visualisasi fungsi gelombang rangkaian LC untuk enam level energi terendahnya menggambarkan sebaran rapat probabilitas dan probabilitas terbesar terjadinya induktansi pada kondisi tertentu muatan kapasitor, yang bervariasi seiring dengan variasi level energi dan bilangan kuantum orbital.

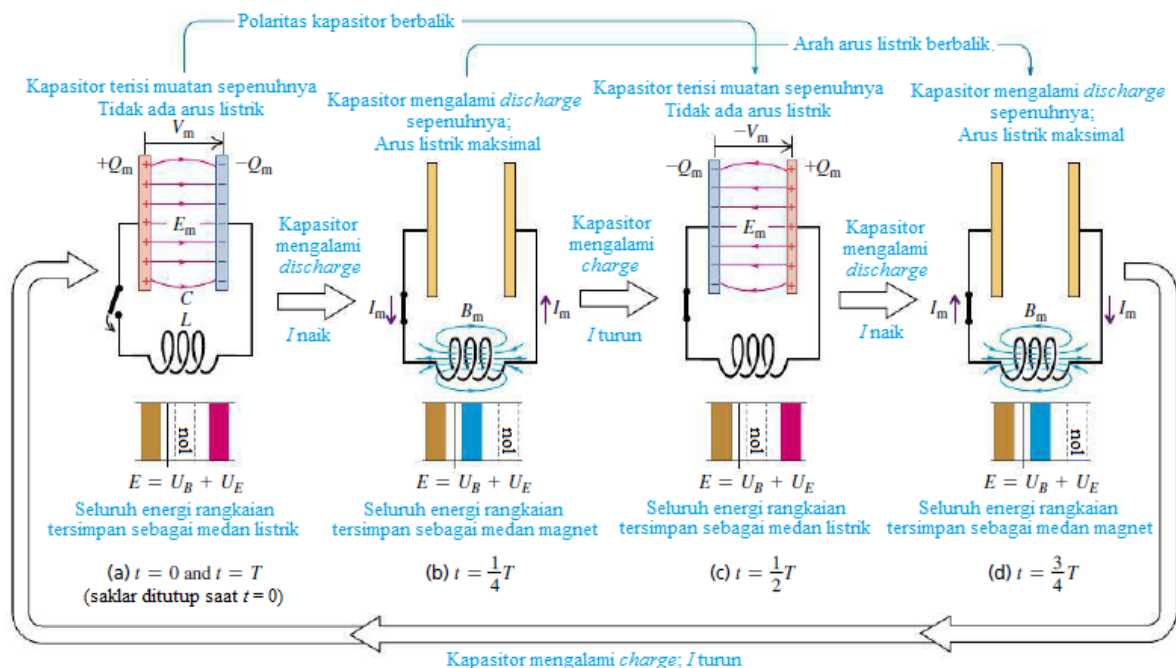
Kata kunci: Rangkaian LC, Osilator Harmonik, Persamaan Schrödinger.

PENDAHULUAN

Teknologi terus mengalami perkembangan dari tahun ke tahun, dari rangkaian listrik dengan konfigurasi kabel yang kompleks hingga rangkaian listrik terpadu seperti *integrated circuit* (IC) [1]. Pada era nanoteknologi, para ilmuwan terus berupaya melakukan perubahan dimensi (*scalling*) pada berbagai teknologi yang memungkinkan menuju skala nano tanpa mengurangi efisiensinya [2]. Upaya *scalling* terutama dilakukan terhadap IC yang kemudian disebut sebagai *nano circuit* [3]. Osilator listrik merupakan komponen osilator *radio frequency* yang dimanfaatkan pada IC dengan menggunakan kapasitor dan induktor sebagai piranti penyusunnya [4]. Fenomena osilasi pada muatan kapasitor dan

arus listrik rangkaian terjadi pada rangkaian LC. Penerapan teknologi *nano circuit* melalui upaya *scalling* berdampak pada pengurangan dimensi IC secara signifikan. Ketika dimensi kapasitor dan induktor mencapai ukuran mikroskopik, maka parameter fisis kedua piranti tersebut harus dianalisis dalam keadaan kuantum [5].

Rangkaian LC yang terdiri dari sebuah induktor dan sebuah kapasitor menunjukkan perilaku tertentu yang dikarakterisasi oleh fenomena osilasi arus listrik dan muatan kapasitor [6]. Pada rangkaian LC, proses pengisian muatan pada kapasitor hingga mencapai beda potensial V_m dengan muatan awal $Q_m = CV_m$ ditunjukkan pada **Gambar 1**.



Gambar 1. Mekanisme osilasi arus dan muatan serta transfer energi antara medan magnetik pada induktor dan medan listrik kapasitor rangkaian LC [7].

Untuk sembarang waktu terhitung setelah sakelar ditutup, kapasitor memiliki muatan sebesar $Q \leq Q_m$ dan arus listrik rangkaian adalah $I \leq I_m$. Keadaan ini diikuti dengan penyimpanan energi oleh kedua komponen rangkaian. Induktor menyimpan energi medan magnet sebesar $\frac{1}{2}LI^2$ dengan L adalah induktansi pada induktor, sedangkan kapasitor menyimpan energi medan listrik sebesar $Q^2 / 2C$ dengan C adalah nilai kapasitansi pada kapasitor. Pada sembarang waktu tersebut, jumlah kedua energi tersebut sama dengan total energi awal U yang tersimpan penuh pada kapasitor (*stored in the fully charged capacitor*) pada $t = 0$ [7], [8]. Sehingga dapat dinyatakan dalam **Persamaan 1**.

$$U = U_E + U_B = \frac{Q^2}{2C} + \frac{1}{2}LI^2 \quad (1)$$

Karena telah diasumsikan bahwa rangkaian LC ini merupakan sistem terisolasi, maka energi total sistem bernilai konstan, sehingga dapat dinyatakan dalam **Persamaan 2**.

$$\frac{dU}{dt} = \frac{Q}{C} \frac{dQ}{dt} + LI \frac{dI}{dt} = 0 \quad (2)$$

Karena arus listrik I didefinisikan sebagai laju perubahan muatan pada kapasitor, maka **Persamaan 2** dapat ditulis menjadi,

$$\frac{d^2Q}{dt^2} = -\frac{1}{LC}Q \quad (3)$$

Persamaan 3 memiliki bentuk yang sama seperti persamaan gerak harmonik sederhana sistem pegas-massa yang ditunjukkan pada **Persamaan 4**.

$$\frac{d^2x}{dx^2} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2x \quad (4)$$

Sehingga solusi **Persamaan 3** dan frekuensi angular ω , masing-masing adalah,

$$Q = Q_m \cos \omega t \quad (5)$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (6)$$

Persamaan 5 merupakan representasi besar muatan kapasitor setiap waktu. Karena Q bervariasi secara sinusoidal terhadap waktu, maka arus listrik pada rangkaian juga bervariasi secara sinusoidal, sehingga besar arus listrik rangkaian dinyatakan dengan persamaan 7.

$$I = \frac{dQ(t)}{dt} = -I_m \sin \omega t \quad (7)$$

Oleh karena itu, kinerja rangkaian LC yang disusun dari piranti berukuran mikroskopik itu akan didominasi oleh efek kuantum, sehingga analisis rangkaian LC jenis ini dilakukan dengan menggunakan pendekatan sistem kuantum dengan potensial osilator harmonik [9]. Hamiltonian sistem partikel di bawah pengaruh potensial osilator harmonik bermassa m yang beresilasi dengan frekuensi angular ω di bawah pengaruh potensial sentral osilator harmonik dinyatakan dalam **Persamaan 8**.

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{r}^2 \quad (8)$$

Energi elektromagnetik yang disimpan pada rangkaian LC merupakan jumlahan dari energi induktor dan energi kapasitor seperti yang ditunjukkan pada **Persamaan 1**. Karena nilai fluks magnetik $\Phi_B = LI$, muatan kapasitor $Q = CV$, dan pada keadaan resonansi $C = 1/L\omega$, maka *observable operator* energi elektromagnetik yang tersimpan dapat dinyatakan dengan,

$$\hat{U} = \frac{\hat{\Phi}_B^2}{2L} + \frac{1}{2}L\omega^2\hat{Q}^2 \quad (9)$$

Persamaan 8 dan **Persamaan 9** memiliki bentuk yang sama, sehingga

dengan membandingkan kedua persamaan tersebut, maka terlihat bahwa sejumlah variabel dari dua persamaan tersebut berada pada kedudukan yang sama.

Penyelesaian potensial osilator harmonik ditinjau dengan pendekatan potensial tiga dimensi (potensial sentral). Penyelesaian fungsi gelombang persamaan Schrödinger potensial sentral osilator harmonik akan memiliki penyelesaian matematis yang lebih mudah setelah dilakukan separasi variabel, yaitu akan diperoleh persamaan Schrödinger bagian radial dan bagian angular dengan solusi masing-masing persamaan adalah fungsi gelombang radial dan fungsi gelombang angular [10]. Dari hasil separasi variabel tersebut, hanya persamaan Schrödinger bagian radial yang didalamnya terdapat potensial osilator harmonik. Penyelesaiannya berupa fungsi gelombang radial. Bentuk persamaan Schrödinger dengan potensial osilator harmonik bagian radial dinyatakan dalam **Persamaan 10**.

$$\begin{aligned} \frac{d^2 R(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR(r)}{dr} \\ + \frac{2m}{\hbar^2} \left[E - \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 - \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} \right] R(r) \\ = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Solusi fungsi gelombang **Persamaan 10** kemudian diselesaikan menggunakan metode *Nikiforov-Uvarov (NU)* yang dinyatakan dengan persamaan diferensial yang dinyatakan dalam **Persamaan 11** [10].

$$\frac{d^2 \psi(s)}{ds^2} + \frac{\bar{\tau}(s)}{\sigma(s)} \frac{d\psi(s)}{ds} + \frac{\bar{\sigma}(s)}{\sigma^2(s)} \psi(s) = 0 \quad (11)$$

dengan,

$$\psi(s) = \varphi(s)\chi(s) \quad (12)$$

dimana $\sigma(s)$ dan $\bar{\sigma}(s)$ adalah polinomial orde 2, dan $\bar{\tau}(s)$ adalah polinomial orde 1.

Dari persamaan (11), diperoleh persamaan hypergeometry

$$\sigma(s)\chi''(s) + \tau(s)\chi'(s) + \lambda\chi(s) = 0 \quad (13)$$

dimana $\varphi(s)$ didefinisikan sebagai,

$$\frac{\varphi'(s)}{\varphi(s)} = \frac{\pi(s)}{\sigma(s)} \quad (14)$$

bagian $\chi(s)$ adalah fungsi hypergeometry dengan penyelesaian polinomial menggunakan persamaan Rodrigues [11],

$$\chi_n(s) = \frac{B_n}{\rho(s)} \frac{d^n}{ds^n} (\sigma^n(s)\rho(s)) \quad (15)$$

dimana B_n adalah konstanta normalisasi dengan faktor bobot $\rho(s)$, memenuhi kondisi,

$$\frac{d}{ds} (\sigma(s)\rho(s)) = \tau(s)\rho(s) \quad (16)$$

Fungsi $\pi(s)$ dan parameter λ dibutuhkan untuk metode NU yang didefinisikan sebagai,

$$\begin{aligned} \pi(s) \\ = \frac{\sigma'(s) - \bar{\tau}(s)}{2} \\ \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma'(s) - \bar{\tau}(s)}{2} \right)^2 - \bar{\sigma}(s) + k\sigma(s)} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\lambda = k + \pi'(s) \quad (18)$$

Penyelesaian **Persamaan 10** menggunakan metode *NU* terlebih dahulu dilakukan dengan mendefinisikan fungsi $R(r)$ sebagai $R(r) = U(r)/r$, kemudian mensubstitusi fungsi $R(r)$ ini ke suku pertama **Persamaan 10** sehingga diperoleh,

$$\frac{d^2 U(r)}{dr^2} = r \frac{d^2 R(r)}{dr^2} + 2 \frac{dR(r)}{dr} \quad (19)$$

Terapkan hasil turunan pada **Persamaan 19** serta substitusi fungsi $R(r) = U(r)/r$ ke dalam **Persamaan 10** sehingga diperoleh,

$$\frac{d^2 U(r)}{dr^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left[E - \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 - \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} \right] U(r) = 0 \quad (20)$$

Berikutnya didefinisikan variabel baru yang tidak berdimensi sebagai berikut,

$$r = \alpha \zeta, \quad \alpha = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}, \quad \varepsilon = \frac{E}{\hbar\omega} \quad (21)$$

sehingga **Persamaan 19** menjadi,

$$\frac{d^2 U(\zeta)}{d\zeta^2} + \left[2\varepsilon - \frac{l(l+1)}{\zeta^2} - \zeta^2 \right] U(\zeta) = 0 \quad (22)$$

Dengan mensubstitusi $\zeta^2 = s$, $\beta^2 = 2\varepsilon$ dan $U(\zeta) = \psi(s)$ dengan $0 \leq s \leq \infty$, maka **Persamaan 22** menjadi,

$$\frac{d^2 \psi(s)}{ds^2} + \frac{1}{2s} \frac{d\psi(s)}{ds} + \left[\frac{-s^2 + \beta^2 s - l(l+1)}{4s^2} \right] \psi(s) = 0 \quad (23)$$

Dengan membandingkan **Persamaan 11** dan **Persamaan 23**, maka diperoleh:

$$\bar{\tau}(s) = 1, \quad \sigma(s) = 2s, \quad \bar{\sigma}(s) = -s^2 + \beta^2 s - l(l+1) \quad (24)$$

Berikutnya, dengan mensubstitusi **Persamaan 24** ke **Persamaan 17**, maka diperoleh polinomial $\pi(s)$:

$$\pi(s) = \frac{1}{2} \pm \sqrt{s^2 + (2k - \beta^2)s + l(l+1) + \frac{1}{4}} \quad (25)$$

Dengan menyelesaikan persamaan kuadrat pada bagian akar pangkat dua **Persamaan 25**, maka diperoleh:

$$\pi(s) = \frac{1}{2} \pm s + \frac{\sqrt{1 + 4l(l+1)}}{2} \quad (26)$$

$$\pi(s) = \frac{1}{2} \pm s - \frac{\sqrt{1 + 4l(l+1)}}{2} \quad (27)$$

Salah satu nilai polinomial $\pi(s)$ dari **Persamaan 26** dan **Persamaan 27** dapat digunakan untuk memperoleh solusi keadaan terikat, yaitu:

$$\pi(s) = \frac{1}{2} - s + \frac{\sqrt{1 + 4l(l+1)}}{2} \quad (28)$$

$$\frac{d\pi(s)}{ds} = -1 \quad (29)$$

Kemudian dengan mensubstitusi **Persamaan 24** ke **Persamaan 18**, maka diperoleh parameter λ :

$$\lambda = \frac{\beta^2 - \sqrt{1 + 4l(l+1)}}{2} \quad (30)$$

$$\lambda_n = \frac{-n(-2) - n(n-1)(0)}{2} \quad (31)$$

Dengan menyelaraskan **Persamaan 30** dan **Persamaan 31** melalui definisi $\beta^2 = 2\varepsilon = \frac{2E}{\hbar\omega}$, maka diperoleh:

$$E = \left(2n + l + \frac{3}{2} \right) \hbar\omega \quad (32)$$

Jika $2n + l = n_r$ didefinisikan sebagai bilangan kuantum utama, maka **Persamaan 32** menjadi,

$$E_{n_r} = \left(n_r + \frac{3}{2}\right) \hbar \omega \quad (33)$$

dengan $n_r = 0, 1, 2, 3, \dots$

Untuk menentukan fungsi gelombang **Persamaan 12**, langkah pertama adalah menghitung polinomial $\varphi(s)$ menggunakan **Persamaan 14** dengan mensubstitusi **Persamaan 24** dan **Persamaan 28**, sehingga diperoleh,

$$\varphi(s) = s^{\delta_1} e^{-\frac{s}{2}} \quad (34)$$

Langkah kedua adalah menentukan solusi polinomial $\chi_n(s)$ menggunakan **Persamaan 15** dengan terlebih dahulu menghitung faktor bobot $\rho(s)$ menggunakan **Persamaan 16** yang disubstitusi dengan **Persamaan 24**, sehingga diperoleh faktor bobot:

$$\rho(s) = s^{\delta_2} e^{-s} \quad (35)$$

Substitusi **Persamaan 35** ke dalam **Persamaan 15** menghasilkan polinomial $\chi_n(s)$:

$$\chi_n(s) = B_n 2^n e^s s^{-\delta_2} \frac{d^n}{ds^n} (e^{-s} s^{n+\delta_2}) \quad (36)$$

Dengan membandingkan rumus Rodrigues polinomial Laguerre terasosiasi:

$$L_n^{\delta_2}(s) = \frac{1}{n!} e^s s^{-\delta_2} \frac{d^n}{ds^n} (e^{-s} s^{n+\delta_2}) \quad (37)$$

maka **Persamaan 36** menghasilkan $\chi_n(s) \equiv L_n^{\delta_2}(s)$ dengan $\frac{1}{n!} = B_n 2^n$. Sehingga **Persamaan 12** menjadi,

$$\psi(s) = N_{nl} s^{\delta_1} e^{-\frac{s}{2}} L_n^{\delta_2}(s) \quad (38)$$

dengan N_{nl} adalah konstanta normalisasi.

Transformasi **Persamaan 38** ke bentuk fungsi gelombang radial $R(r)$ menggunakan hubungan $\psi(s) \equiv rR(r)$, $s = \zeta^2$, $\delta_1 = \frac{l+1}{2}$, $\delta_2 = l + \frac{1}{2}$, sehingga diperoleh:

$$R_{n,l}(r) = N_{nl} \left(\frac{m\omega}{\hbar}\right)^{\frac{l+1}{2}} r^l e^{-\frac{m\omega r^2}{2\hbar}} L_n^{l+\frac{1}{2}}(r) \quad (39)$$

dengan,

$$L_n^{l+\frac{1}{2}}(r) = \frac{1}{n!} \left(\frac{m\omega r^2}{\hbar}\right)^{\frac{l+1}{2}} r^l e^{-\frac{m\omega r^2}{2\hbar}} L_n^{l+\frac{1}{2}}(r) \quad (39)$$

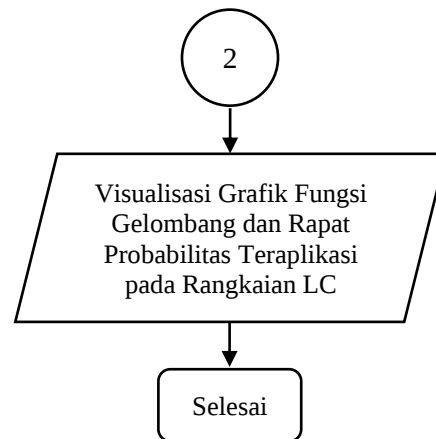
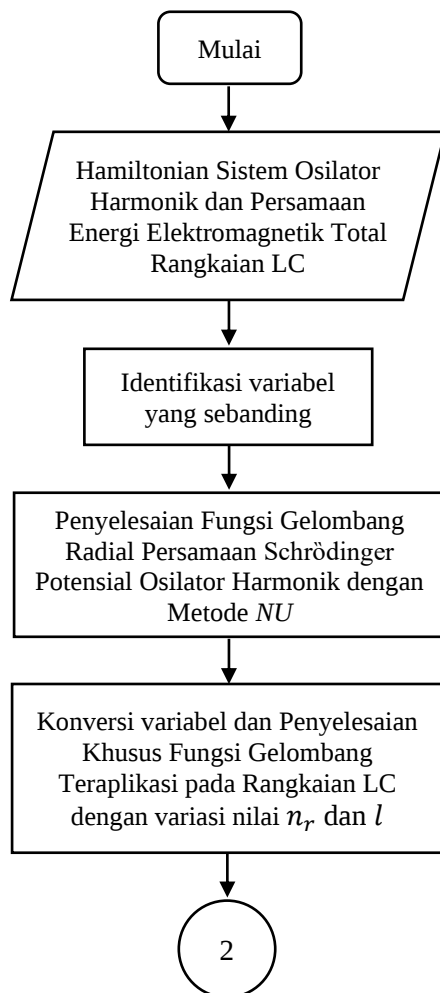
Penelitian penyelesaian persamaan Schrödinger potensial sentral osilator harmonik telah banyak dilakukan. Sutisna (2009) dan Aditya (2009) dalam penelitiannya terbatas pada kajian teoretik tentang fungsi gelombang dan energi. Pada penelitian ini, representasi teoretik dari fungsi gelombang radial persamaan Schrödinger potensial sentral osilator harmonik digunakan sebagai referensi sistem yang lebih aplikatif, yaitu untuk menganalisis keadaan kuantum pada rangkaian LC yang tersusun dari kapasitor dan induktor berukuran mikroskopik.

METODE PENELITIAN

Alat dan Bahan yang digunakan dalam penelitian ini adalah Netbook Intel Atom 1,67 GHz berbasis Windows dan aplikasi pemrograman Matlab R2013a. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis Rangkaian LC berukuran mikroskopik melalui visualisasi grafik fungsi gelombang Persamaan Schrödinger Potensial Osilator Harmonik. Langkah awalnya yaitu dengan menurunkan bentuk persamaan Hamiltonian Sistem Osilator Harmonik dan Persamaan Energi Elektromagnetik Total Rangkaian LC. Berikutnya kedua persamaan tersebut dibandingkan untuk mengidentifikasi variabel yang sebanding. Setelah itu, penyelesaian fungsi gelombang Persamaan Schrödinger Potensial Osilator Harmonik dilakukan dengan metode NU. Kemudian dilakukan konversi variabel yang sebanding

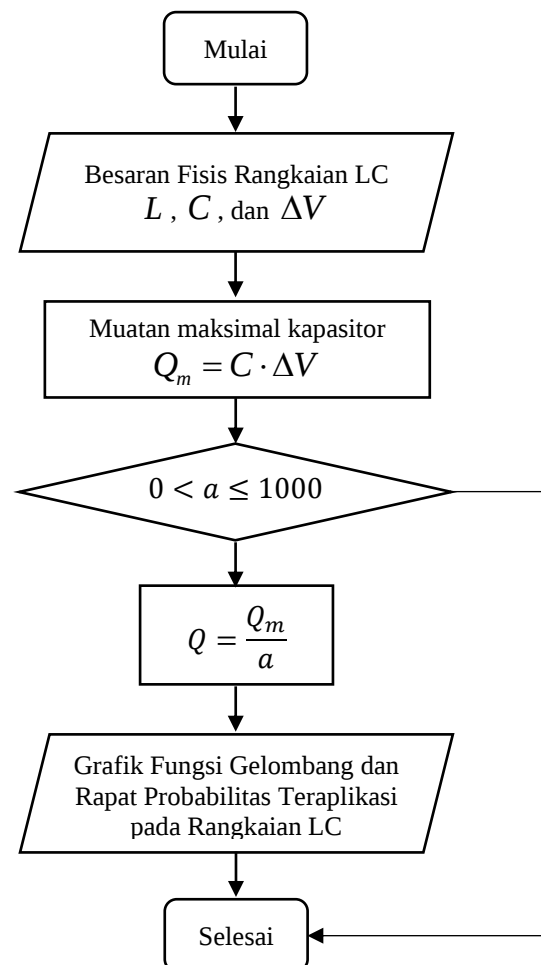
dari variabel fungsi gelombang Persamaan Schrödinger Potensial Osilator Harmonik dilakukan dengan metode *NU* ke variabel Rangkaian LC sehingga diperoleh Penyelesaian Khusus Fungsi Gelombang Teraplikasi pada Rangkaian LC dengan variasi nilai n_r dan l . Langkah terakhir adalah melakukan visualisasi grafik Fungsi Gelombang dan Rapat Probabilitas Teraplikasi pada Rangkaian LC menggunakan Matlab.

Diagram alir dari penelitian ini dapat dilihat pada **Gambar 2**.



Gambar 2. Diagram Alir Penelitian

Diagram alir visualisasi grafik Fungsi Gelombang dan Rapat Probabilitas Teraplikasi pada Rangkaian LC dapat dilihat pada **Gambar 3**.

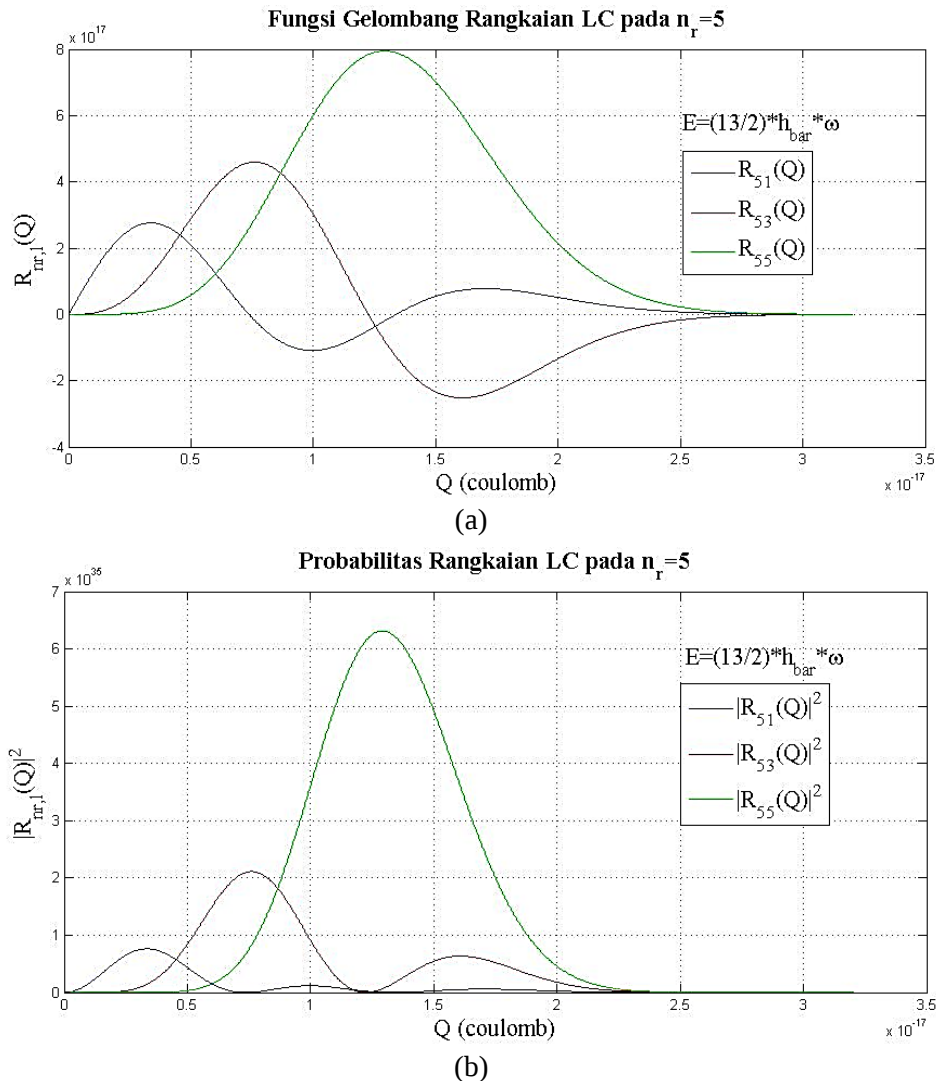


Gambar 3. Diagram Alir Visualisasi Grafik Fungsi Gelombang dan Rapat Probabilitas

HASIL DAN PEMBAHASAN

Teraplikasi pada Rangkaian LC dapat dilihat pada **Gambar 3** dan **Gambar 4**.

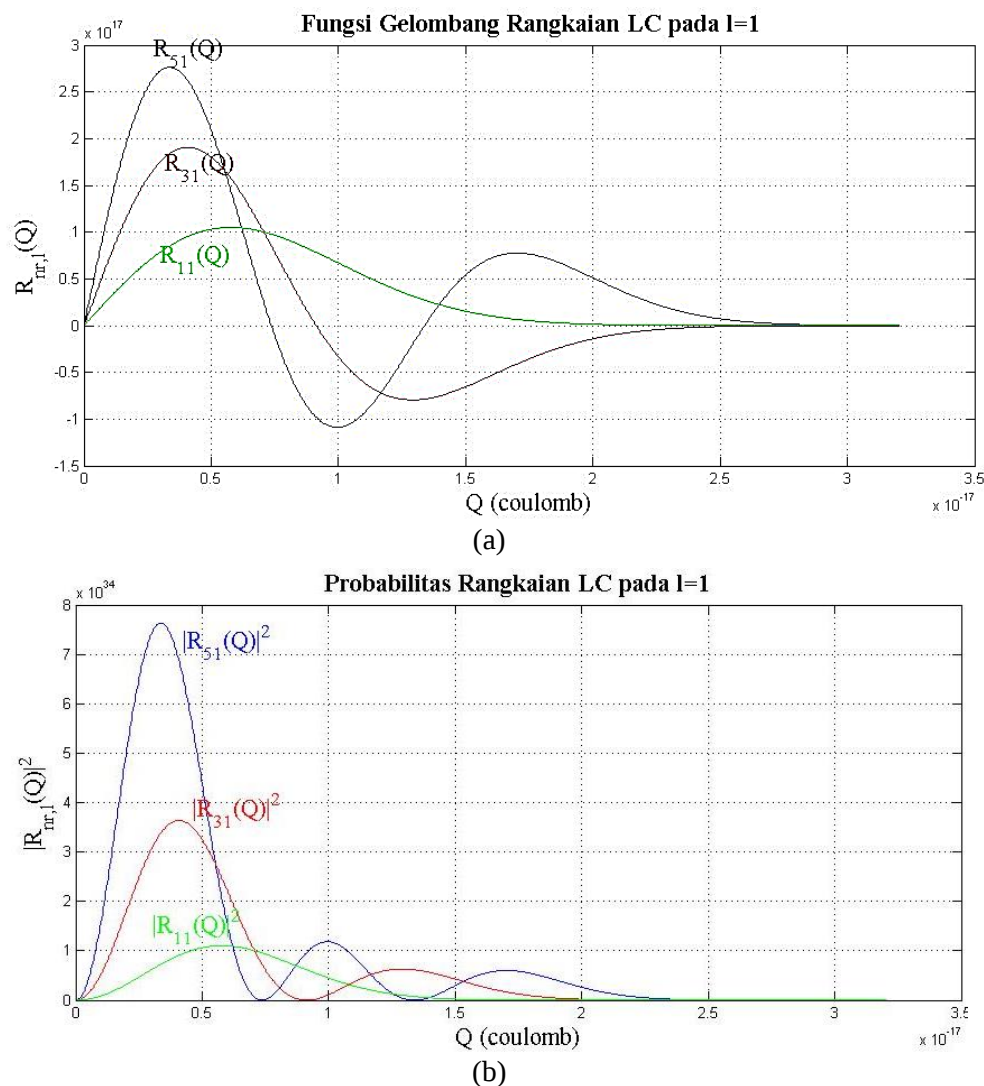
Hasil Visualisasi Grafik Fungsi Gelombang dan Rapat Probabilitas



Gambar 3. (a). Fungsi Gelombang dan (b). Rapat Probabilitas Teraplikasi pada Rangkaian LC dengan $n_r = 5$ serta variasi $l = 1, 3$ dan 5

Gambar 3 menunjukkan visualisasi fungsi gelombang dan rapat probabilitas rangkaian LC untuk n_r yang sama, dengan variasi nilai bilangan kuantum orbital l . Nilai n_r yang sama mengartikan bahwa sistem berada pada keadaan energi yang sama. Variasi nilai bilangan kuantum orbital l menyebabkan peningkatan dan pergeseran amplitudo fungsi gelombang dan rapat probabilitas. Fungsi gelombang rangkaian

LC bergeser menjauh dari kondisi kapasitor *fully discharge* bergerak menuju kondisi *fully charged*. Untuk keadaan level energi yang sama, kenaikan bilangan kuantum orbital menyebabkan sebaran rapat peluang ditemukannya induktansi berkurang atau terkonsentrasi pada satu kondisi muatan kapasitor, dengan peluang terbesar bergeser semakin menjauhi keadaan kosong kapasitor (*fully discharge*).



Gambar 4. (a). Fungsi Gelombang dan (b). Rapat Probabilitas Teraplikasi pada Rangkaian LC dengan $n_r = 1, 3$ dan 5 serta $l = 1$

Sedangkan **Gambar 4** menunjukkan visualisasi fungsi gelombang rangkaian LC untuk l yang sama, dengan variasi n_r yang semakin membesar. Perubahan n_r yang semakin membesar menyebabkan perubahan tingkat energi yang ditunjukkan amplitudo yang semakin besar dan jumlah simpangan bertambah. Pada keadaan energi yang sama, kenaikan bilangan kuantum orbital menyebabkan sebaran rapat peluang ditemukannya induktansi berkurang atau terkonsentrasi pada satu kondisi muatan kapasitor, dengan peluang terbesar bergeser semakin menjauhi keadaan kosongnya kapasitor (*fully discharge*). Keadaan

tersebut juga menyebabkan rapat peluang ditemukannya induktansi menjadi menyebar atau sebaran rapat peluangnya bertambah, tidak lagi terkonsentrasi pada satu kondisi muatan kapasitor.

KESIMPULAN

Visualisasi fungsi gelombang rangkaian LC $R_{n_r,l}(Q)$ menghasilkan grafik kontinu eksponensial jika nilai input kapasitansi dan induktansi cukup kecil (berorde 10^{-18} satuan). Untuk variasi bilangan kuantum orbital l dengan n_r yang sama, kenaikan l menyebabkan

pengurangan jumlah simpangan pada fungsi gelombang, dan pergeseran amplitudo (simpangan maksimum) menjauhi kondisi kosongnya kapasitor (*fully discharge*). Untuk variasi bilangan kuantum utama n_r dengan l yang sama, naiknya n_r menyebabkan naiknya amplitudo dan bertambahnya jumlah simpangan pada visualisasi fungsi gelombang.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] K. Zhu *et al.*, “The development of integrated circuits based on two-dimensional materials,” *Nat. Electron.*, vol. 4, no. 11, pp. 775–785, 2021, doi: 10.1038/s41928-021-00672-z.
- [2] B. A. Grzybowski and W. T. S. Huck, “The nanotechnology of life-inspired systems,” *Nat. Nanotechnol.*, vol. 11, no. 7, pp. 585–592, 2016, doi: 10.1038/nnano.2016.116.
- [3] A. Alù and N. Engheta, “Tuning the scattering response of optical nanoantennas with nanocircuit loads,” *Nat. Photonics*, vol. 2, no. 5, pp. 307–310, 2008, doi: 10.1038/nphoton.2008.53.
- [4] L. Maleki, “The opto-electronic oscillator (OEO): Review and recent progress,” in *2012 European Frequency and Time Forum*, 2012, pp. 497–500. doi: 10.1109/EFTF.2012.6502432.
- [5] S. Schulz, M. A. Caro, C. Coughlan, and E. P. O’Reilly, “Atomistic analysis of the impact of alloy and well-width fluctuations on the electronic and optical properties of InGaN/GaN quantum wells,” *Phys. Rev. B*, vol. 91, no. 3, p. 35439, Jan. 2015, doi: 10.1103/PhysRevB.91.035439.
- [6] A. Zamani and H. Pahlavani, “The quantum fluctuations of charge and current in a driven nonlinear LC-circuit with a linear capacitor and a nonlinear inductor,” *J. Theor. Appl. Phys.*, vol. 17, no. 4, 2023, doi: 10.57647/J.JTAP.2023.1704.36.
- [7] H. D. Young and R. A. Freedman, *University Physics with Modern Physics*. Pearson Education, 2015. [Online]. Available: <https://books.google.co.id/books?id=WsigBwAAQBAJ>
- [8] J. R. Noriega, O. D. Iyore, C. Budime, B. Gnade, and J. Vasselli, “Characterization system for research on energy storage capacitors,” *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 84, no. 5, p. 55109, May 2013, doi: 10.1063/1.4804165.
- [9] A. A. Clerk, K. W. Lehnert, P. Bertet, J. R. Petta, and Y. Nakamura, “Hybrid quantum systems with circuit quantum electrodynamics,” *Nat. Phys.*, vol. 16, no. 3, pp. 257–267, 2020, doi: 10.1038/s41567-020-0797-9.
- [10] M. R. Pahlavani, *Theoretical Concepts of Quantum Mechanics*. IntechOpen, 2012. [Online]. Available: <https://books.google.co.id/books?id=8uKZDwAAQBAJ>
- [11] K. K. Ivan, “On a Family of Hypergeometric Polynomials,” no. 1, pp. 1–20, 2019, [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/1912.13396>